

**Oponentský posudek habilitační práce**  
**Maticové a tenzorové výpočty. Analýza a aplikace**  
**autora ing. Martina Plešingera, Ph.D.**

Autor předkládá svou práci jako součást habilitačního řízení na Fakultě elektrotechniky a informatiky VŠB - Technické univerzity Ostrava. Práce je rozdělena do dvou hlavních částí. V první části jsou přehledně uvedena témata, jichž se autorova vědecká a publikační činnost převážně dotýká. Jsou to následující čtyři oblasti: problém nejmenších čtverců, regularizační metody, tenzorové výpočty a některé aspekty krylovovských metod. Pro každou z těchto oblastí jsou pečlivě vysvětleny základní pojmy, jejich souvislosti, hlavní poznatky, autorovy vlastní přínosy a návrhy dalších možných směrů výzkumu nebo nejbližší autorovy cíle. Ve druhé části je přetištěno sedm publikovaných článků, na kterých se autor podílel a které obsahují výsledky zmiňované v první části.

Problém nejmenších čtverců typu  $AX \approx B$  je včetně svých variant často řešenou úlohou v mnoha teoretických i praktických oborech. Ukazuje se však, že otázka existence a jednoznačnosti řešení úplného problému nejmenších čtverců (TLS) je složitá, a to zejména pro úlohy s více pravými stranami. Autor v několika svých příspěvcích postupně dospěl až k úplné klasifikaci řešitelnosti TLS problému s více pravými stranami na základě singulárního rozkladu matice  $[B, A] = U\Sigma V^H$ , speciálně dle hodnotí určitých bloků matice  $V$ . Vlastnosti TLS úlohy mohou být také studovány ve formě příslušného core problému, který byl zaveden Ch. C. Paigem a Z. Strakošem. Autor přispěl k definici a studiu core problému pro úlohu s více pravými stranami a k odvození analogie Golubovy-Kahanovy bidiagonalizace, tzv. pásového zobecnění. Tyto výsledky umožnily zabývat se dosud neobjasněnou otázkou řešitelnosti samotného core problému. Výsledky uvedené v tomto odstavci posunuly hranici znalostí v oblasti TLS úloh ve světovém měřítku. Autor je publikoval v serii čtyř článků v prestižním časopise SIAM Journal of Matrix Analysis and Applications v letech 2011, 2013, 2015 a 2016 převážně se spoluautory I. Hnětynkovou a Z. Strakošem.

Při přenosech a zpracování dat je jednou ze základních úloh řešení soustavy  $Ax = b$ , kde operátor  $A$  má zhlazující charakter a pravá strana  $b$  je zatížena šumem. Specifické vlastnosti této časté úlohy jsou využívány v numerických metodách. Autor se zaměřuje na krylovovské metody; speciálně studuje šíření šumu v procesu bidiagonalizace. Výsledky publikované v časopisu BIT Numerical Mathematics v roce 2009 již získaly ohlas nejméně 27 citací. Své zkušenosti s regularizačními úlohami autor uplatňuje při vývoji experimentálního softwaru pro simulaci tomografických úloh.

Rozsáhlá data se v technických aplikacích (zpracování obrazu, tomografie, zahrnutí

nejistot do standardních výpočtů) mohou vyskytovat nejen ve formátu matic ale obecněji ve formě tenzorů, tedy vícerozměrných polí. Práce s těmito daty vyžaduje nové dovednosti jak pro základní operace (jako např. součin), tak i pro pokročilejší operace (low-rank aproximace, analogie singulárního rozkladu, numerické metody). Spolu s kolegy z EFPL v Lausanne autor získal výsledky pro použití metody sdružených gradientů pro Ljapunovskou rovnici

$$A(\alpha)X(\alpha)M(\alpha)^T + M(\alpha)X(\alpha)A(\alpha)^T = B(\alpha)B(\alpha)^T,$$

kde  $\alpha$  může představovat obecně sadu více parametrů. Bylo např. ukázáno, jak lze využít low-rank aproximací a předpokládání se stejnou tenzorovou strukturou, jakou má operátor úlohy. Další zajímavý zmiňovaný výsledek se týká blokové Golubovy-Kahanovy bidiagonalizace v přesné aritmetice. Tyto výsledky jsou důležité pro pochopení chování blokových krylovovských metod.

Autor se podílel na tvorbě zdařilé učebnice pro vysoké školy Analýza metod pro maticové výpočty: Základní metody. V současné době připravuje skriptum o tenzorových výpočtech. Autorovy aktivity ve smyslu propojování výuky s aktuálními tématy a nejnovějšími světovými vědeckými výsledky velmi oceňuji.

Závěrem lze říci, že autor prokazuje důkladné znalosti z mnoha partií numerické lineární algebry a souvisejících aplikací. Svými původními objevy přispěl zejména k lepšímu teoretickému pochopení některých široce používaných numerických algoritmů (TLS, krylovovské metody), což považuji za vynikající vědecký výsledek s významným dopadem např. na techniku a zdravotnictví. Předložená práce dokládá autorovu schopnost samostatné tvůrčí práce i spolupráce v mezinárodním kolektivu (P. C. Hansen, S. Van Huffel, D. Kressner, D. M. Sima, C. Tobler). V oblastech, kterým se věnuje, formuluje nové úkoly a cíle. Předloženou práci považuji za kvalitní a jednoznačně doporučuji uznat ji jako práci habilitační.



V Praze, 6. listopadu 2017

Doc. RNDr. Ivana Pultarová, Ph.D.

Otázka pro ing. Plešingeru k zodpovězení během obhajoby:

Dle uvedených výsledků je pro existenci řešení TLS úlohy  $AX \approx B$  důležitá podmínka  $\sigma'_n > \sigma_{n+1}$ , která se v komplikovanější variantě objevuje i pro úlohy s více pravými stranami. Zde  $\sigma'_n$  je nejmenší singulární číslo matice  $A$  a  $\sigma_{n+1}$  je singulární číslo matice  $[B, A]$ . Lze v (typických) praktických úlohách tuto nebo analogickou podmínku pro více pravých stran jednoduše ověřit, aniž by bylo nutné úlohu řešit?