Požadavky ke SZZ pro Bc. studium studijního oboru Matematika

Zkouška má přehledový charakter. Jsou kladeny širší otázky a žádá se, aby posluchač prokázal pochopení základních principů, byl schopen je ilustrovat na konkrétních příkladech a osvědčil schopnost syntézy a hlubšího pochopení. Zkouška se skládá ze tří okruhů

I. Algebra a geometrie

1. Vektorové prostory, lineární kombinace, nezávislost skupiny vektorů, lineární obal, podprostor, báze, dimenze.
2. Matice, determinanty a soustavy lineárních rovnic Základy teorie matic, základní pojmy a vlastnosti. Vlastní čísla, vlastní vektory. Gaussova eliminační metoda a LU-rozklad. Věta o existenci a jednoznačnosti řešení soustav lineárních algebraických rovnic. Obecná struktura řešení soustav lin. alg. rovnic. Inverzní matice, její existence a výpočet eliminací. Determinant matice, základní vlastnosti a důsledky. Permutační definice determinantu. Lineární zobrazení: jádro a obraz. Homomorfismy a matice. Geometrie lineárních útvarů. Vlastní čísla a vektory.
3. Lineární, bilineární a kvadratické formy. Dualita vektorových prostorů. Zákon setrvačnosti kvadratických forem. Aplikace: klasifikace kvadrik, stacionární body.
4. Prostory se skalárním součinem Skalární součin, ortogonalita podprostorů, ortogonalizační proces, ortonormální báze.
5. Euklidovský prostor. Kartézská soustava souřadnic. Podprostory a jejich vzájemná poloha. Úhly a kolmost. Vzdálenost podprostorů. Shodnosti v rovině a v trojrozměrném prostoru.
6. Teorie čísel. Modulární aritmetika. Rozšířený Euklidův algoritmus. Cyklické grupy (struktura). Eulerova funkce, multiplikativní grupy mod m. Eulerova-Fermatova věta, primitivní prvky. Kritéria dělitelnosti.
7. Polynomy a konečná pole. Obory integrity, ideály a dělitelnost. Okruhy polynomů, rozklad polynomů, ireducibilní polynomy, dělitelnost, rozšířený Euklidův algoritmus pro polynomy, primitivní polynomy. Konstrukce konečných polí.
8. Grupy a reprezentace grup Příklady (malých) grup: cyklické, abelovské, diedrické. Grupa, podgrupa, normální podgrupa. Věty o homomorfismu a isomorfismu. Reprezentace grup pomocí permutací a matic.

II. Matematická analýza

1. Limity posloupností a součty řad. Kritéria absolutní a neabsolutní konvergence číselných řad. Stejno-měrná konvergence posloupností a řad funkcí. Mocninné řady.
2. Spojitost a derivace funkcí jedné reálné proměnné. Hlubší věty o spojitých funkcích. Věty o střední hodnotě a jejich důsledky. Vztahy monotonie a znaménka derivace. Konvexita. Taylorův polynom, Taylorovy řady. Weierstrassova věta o aproximaci spojité funkce.
3. Primitivní funkce, Riemannův určitý integrál. Základní vlastnosti, vztah k primitivní funkci. Metody výpočtu. Základní kritéria existence. Lebesgueova míra. Lebesgueùv integrál.Fubiniova věta a věta o substituci. Integrál závislý na parametru.
4. Diferenciál a parciální derivace. Implicitní funkce. Volné a vázané extrémy funkcí více proměnných. Nutné a postačující podmínky pro volné extrémy, nutné podmínky pro vázané extrémy.
5. Diferenciální rovnice **- v**ěta o existenci a jednoznačnosti řešení počáteční úlohy. Jednoduché rovnice prvního řádu a lineární rovnice vyššího řádu s konstantními koeficienty.
6. Fourierovy řady po částech hladkých funkcí.
7. Funkcionální analýza: metrické prostory, normované lineární prostory, prostory se skalárním součinem. Banachovy a Hilbertovy prostory, separabilita. Bairova věta, Hahnova-Banachova věta, Banachova-Steinhausova věta. Banachova věta o pevném bodě.
8. Základy analýzy v komplexním oboru. Holomorfní funkce. Mocninné řady a vztah k holomorfním funkcím. Věta o jednoznačnosti. Celé funkce, elementární funkce v komplexním oboru. Cauchyova věta. Laurentovy řady a klasifikace izolovaných singularit. Residuová věta, použití při výpočtu určitých integrálù.

III. Numerická a výpočtová matematika, pravděpodobnost, statistika

1. Přesnost numerických výpočtů. Zdroje chyb. Číslo podmíněnosti.
2. Lagrangeova a Hermitova interpolace. Spliny. Numerická kvadratura.

3. Řešení soustav lineárních rovnic. Přímé metody. Základní iterační metody. Metoda sdružených gradientů.
4. Řešení nelineárních rovnic.
5. Řešení soustav s obdélníkovými maticemi. Singulární rozklad. Metoda nejmenších čtverců.
6. Metody řešení počátečních a okrajových úloh pro obyčejné diferenciální rovnice.
7. Metody řešení parciálních diferenciálních rovnic. Metoda sítí.
8. Pravděpodobnost, podmíněná pravděpodobnost, nezávislost náhodných jevů.
9. Náhodné veličiny a náhodné vektory, jejich rozdělení a základní charakteristiky. Základní typy diskrétních a spojitých rozdělení, nezávislost náhodných veličin, zákony velkých čísel, centrální limitní věta pro nezávislé stejně rozdělené náhodné veličiny.
10. Náhodný výběr, základy teorie odhadu a testování hypotéz, intervalové odhady, analýza rozptylu, korelační analýza, lineární regrese.