

Požadavky ke SZZ pro NMgr. studium Učitelství matematiky pro SŠ

Koncepce SZZ: Student dostane kombinaci 3 otázek z matematické analýzy, algebry a geometrie a jednu z těchto otázek mu komise určí jako didaktickou (buď po krátkém odborném úvodu, nebo přímo celou).

ALGEBRA (SŠ)

Vektory. Geometrický a aritmetický model. Operace s vektory. Skalární součin. Vektorové (lineární) (pod)prostory, aritmetický vektorový prostor. Lineární kombinace. Lineární (ne)závislost skupiny vektorů. Báze, dimenze.

Matic nad polem. Typ matice, $[2 \times 2]$ -matice. Maticové operace (sčítání, násobení skalárem, násobení matic), jejich vlastnosti. Hodnota matice. Inverzní matice. Speciální typy matic.

Determinanty. Pořadí. Permutace jako zobrazení, skládání (násobení), inverze. Cykly, transpozice. Počítání s permutacemi. Permutační definice determinantu, výpočet (eliminace, rozvoj podle řádku).

Dělitelnost. Dělení se zbytkem. Zbytkové třídy, modulární aritmetika. Dělitelnost lineární kombinace. (nsd), (Rozšířený) Euklidův algoritmus, [nsn].

Dělitelnost. (Ne)soudělnost. Prvočísla, základní věta aritmetiky (rozklad na součin mocnin prvočísel). Kritéria dělitelnosti.

Číselné obory. Přirozená čísla, matematická indukce, Peanova aritmetika. Poziční číselné soustavy.

Číselné obory. Konstrukce pole celých, racionálních a komplexních čísel.

Řešení rovnic. Definice, vybrané typy. Nulové body, řešitelnost rovnic. Vlastnosti kořenů algebraických rovnic. Řešení některých typů algebraických rovnic: kvadratická, binomická. Racionální kořeny rovnic s celočíselnými koeficienty.

Soustavy lineárních algebraických rovnic. Souvislost s maticemi, existence a jednoznačnost řešení. Metody řešení: Gaussova eliminace, pomocí inverzní matice, Cramerovo pravidlo.

Polynomy. Jejich kořeny (násobnost). Hornerův algoritmus (dělení lineárním 2členem). Pole komplexních čísel. Základní věta algebry. Rozklad polynomu na součin mocnin ireducibilních polynomů.

Výroková logika. Množinově logický jazyk matematiky. Výroky, predikáty, kvantifikátory, výrokové a predikátové formy, tautologie. Operace s výroky.

Kartézský součin, relace. Relace, speciálně binární. Vlastnosti: reflexivnost, (anti)symetrie, tranzitivnost. Relace ekvivalence a rozklad množiny, uspořádání. Hasseovské diagramy.

Algebraické operace. Základní vlastnosti. Cayleyova tabulka.

Algebraické struktury s 1 operací (malé grupy, řád prvku, cyklické grupy). Počítání s permutacemi

Algebraické struktury se 2 operacemi (okruh, obor integrity, pole). Konečná pole zbytkových tříd.

GEOMETRIE (SŠ)

Základní znalosti o **axiomatické výstavbě** euklidovské geometrie.

Kuželosečky definované fokálně.

Množiny bodů dané vlastností, mocnost bodu ke kružnici, chordála, potenční bod.

Konstruktivní úlohy, Pojem konstruktivní úlohy, postup řešení. Metody řešení úloh: využitím množin bodů dané vlastností, pomocí zobrazení, na základě výpočtů, analytickou geometrií.

Osová afinita v rovině, zobrazení kuželoseček v osově afině. **Perspektivní kolineace** v rovině, zobrazení kuželoseček v perspektivní kolineaci.

Volné rovnoběžné promítání, zobrazení základních geometrických útvarů.

Základní úlohy **Mongeova promítání,** polohové a metrické úlohy, řešení prostorových úloh, zobrazení základních těles, rovinné řezy základních těles.

Pravouhlá axonometrie, základní polohové a metrické úlohy, řešení úloh a zobrazení geometrických útvarů v souřadnicových rovinách a v rovinách, které jsou s nimi rovnoběžné, zobrazení základních těles s podstavami v těchto rovinách.

Afinní n-rozměrný prostor A_n , modely, afinní souřadnicová soustava, podprostory v A_n , jejich vzájemná poloha, nadrovina a její vyjádření rovnicí, části podprostorů jako bodové množiny (úsečka, polopřímka, úhel ...).

Euklidovský prostor E_n , kartézská souřadnicová soustava, vzájemná poloha podprostorů E_n , vzdálenost bodů, vzdálenost dvou podprostorů, kolmost a odchylka podprostorů.

Afinní zobrazení v afinním prostoru, základní vlastnosti, jádro afinity, afinní grupa. Samodružné body. Samodružné a invariantní směry afinity.

Translace, stejnolehlost, grupa homotetií. Klasifikace afinní grupy v jedno-, dvoj- a trojrozměrném prostoru.

Shodná a podobná zobrazení v jedno-, dvoj- a trojrozměrném prostoru. Klasifikace grupy shodností v jedno-, dvoj- a trojrozměrném prostoru.

Elementární geometrie trojúhelníku. Definice, vymezení pojmu. Základní pojmy a prvky trojúhelníku (těžnice, střední příčka, výška, kružnice opsaná, vepsaná, připsaná) a jejich vlastnosti. Věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků, Pythagorova věta, Eukleidovy věty.

Mnohoúhelníky. Definice, konvexní mnohoúhelník, pravidelné mnohoúhelníky, jejich vlastnosti. Podrobněji obecný čtyřúhelník, rovnoběžník. Pravoúhelník, deltoid, tětíkový a tečnový čtyřúhelník.

MATEMATICKÁ ANALÝZA (SŠ)

Množina všech čísel racionálních a její spočetnost. Rozdíly mezi uspořádanými tělesy racionálních a reálných čísel.

Množina všech čísel reálných, omezená množina, rozdíl mezi maximem a supremem. Důkaz nespočetnosti množiny reálných čísel. Iracionalita druhé odmocniny z prvočísla.

Zobrazení a jejich vlastnosti. **Funkce** jedné reálné proměnné, graf zobrazení a funkce. Inverzní funkce, věta o její existenci. Algebraické funkce. Skládání funkcí. Příklady dvojic vzájemně inverzních funkcí.

Spojítost a limita funkce, vlastnosti, vztah mezi oběma pojmy. (Ne)vlastní limity v (ne)vlastních bodech. Výpočet některých elementárních limit.

Derivace, historické poznámky. Definice derivace. Věty o derivování, derivování složené a inverzní funkce. Diferenciál funkce. Rovnice tečny ke grafu funkce.

Význam derivací pro vyšetření průběhu funkce.

Přehled **základních funkcí** matematické analýzy s grafy včetně transcendentních elementárních funkcí (exp, log, hyperbolické a goniometrické funkce). Obecná mocnina.

Primitivní funkce a Newtonův integrál. Riemannův integrál, vztah mezi oběma pojmy. Metody integrování. Existence Riemannova integrálu.

Aplikace integrálu, obsah rovinného útvaru, délka křivky, objemy rotačních útvarů. Fyzikální aplikace.

Posloupnosti a jejich limity, věta o limitě monotónní posloupnosti, důkaz. Číslo e , jeho iracionalita a jeho výpočet.

Číselné řady, definice součtu řady, geometrická řada, harmonická řada. Absolutní konvergence. Základní kritéria konvergence řad. Mocninné řady, poloměr konvergence a jeho význam.

Metrické prostory, definice, příklady, \mathbb{R}_n , $C([a,b])$. Vnitřní, vnější, hromadný, hraniční bod množiny, množiny otevřené, uzavřené, kompaktní množiny v eukleidovských prostorech. Definice spojitého zobrazení v metrických prostorech.

Funkce více proměnných, parciální derivace, totální diferenciál, tečná rovina (nadrovina). Derivování složených funkcí. Lokální a globální extrémy funkce. Jednoduché vázané extrémy. Definice dvojného integrálu, jeho výpočet. Transformace dvojného integrálu, aplikace. Obsah a objem.

Diferenciální rovnice (= DR). Směrové pole, počáteční úloha, existenční věta. DR lineární, prvního i vyšších řádů. Řešení lineárních DR s konstantními koeficienty a speciální pravou stranou.

Obsah a objem. Definice dvojného integrálu. Fubiniova věta. Křivočaré souřadnice (polární souřadnice). Transformace dvojného integrálu, aplikace.

DIDAKTIKA MATEMATIKY (SŠ) (okruhy otázek, které budou logicky „připojeny“ k vylosované troj otázce)

Příprava úvodní výkladové hodiny - dílčí partie z témat:

Zavedení číselného oboru (např. čísla racionální nebo reálná).

Komplexní čísla (jejich zavedení, operace s nimi).

Funkce (druhy elementárních funkcí, jejich grafy).

Goniometrické funkce (stupňová a oblouková míra, grafy funkcí).

Posloupnosti (obecně, zvláště pak aritmetická, geometrická). **Řady** (nekonečná geometrická řada).

Rovnice a nerovnice (lineární, s absolutní hodnotou, kvadratické, metody jejich řešení).

Soustavy rovnic a nerovnic (metody jejich řešení).

Jazyk matematiky (problém tří jazyků, metodické souvislosti) a **Pojmotvorný proces** (motivace, modely separované a univerzální, poznatek, jeho automatizace)

Planimetrie (trojúhelník, kruh).

Planimetrie (mnohouhelníky, kruh).

Konstruktivní úlohy (fáze a metody řešení).

Stereometrie (základní pojmy, např. objemy a povrchy těles).

Analytická geometrie (vzájemná poloha přímek).

Analytická geometrie (kuželosečky).

Základy analýzy (spojitost, limita, derivace, průběh funkce).

Oborová didaktika (případně doplňující otázky):

Dokazování v matematice nebo vysvětlování?, typy důkazů (přímý, nepřímý, sporem, indukci).

Heuristické strategie (zobecnování, analogie, přeformulování, experimentování, cesta zpět, apod.).

Problémy ve vyučování (důvody zařazování problémů, izolované a neizolované problémy).

Instruktivní a konstruktivní přístup k vyučování a učení se.

Výzkumný přístup při výuce matematiky (např. jeho některé formy).