

Sedmá semestrální práce z předmětu AN1E

1. Vypočtete limitu funkce f v bodě 2

$$f : x \mapsto \frac{\sin(x^2 - 4) \sin(x^2 + 4)}{x^2 - 2x} + \log_2(x + 6)$$

body: 4/2/1

2. Určete definiční obory elementárních funkcí f , g a zjistěte, zda je lze spojitě rozšířit do krajních bodů definičního oboru

$$f : x \mapsto \frac{\sqrt{3x - 2 - x^2}}{\ln(2 - x)}, \quad g : x \mapsto \frac{\sin x}{x^2 + 4x}$$

body: 8/6/3

3. Napište definici vlastní limity funkce v nevlastním bodě a ukažte, že funkce $x \mapsto 3^x$ má vlastní limitu v bodě $-\infty$.

body: 4/2/1

4. Vypočtete limity funkcí v bodech $\pm\infty$.

$$x \mapsto \frac{x^3 + \sqrt{x^6 - x^4}}{x}$$
$$x \mapsto 2^{-\frac{x^3 + \sqrt{x^6 - x^4}}{x}}$$

body: 4/2/1

5. Bez použití kalkulačky nalezněte všechna $x \in \mathbb{R}$ splňující (Poznámka: v (a)–(d) značí log přirozený logaritmus.)

(a)

$$|\log x| \leq 2$$

(b)

$$\log |x| \leq 2$$

(c)

$$\frac{\log x + 1}{\log x - 2} < 0$$

(d)

$$\frac{1}{\log x} + \frac{1}{3} \geq 0$$

(e) $\log_{\frac{1}{2}} |x + 2| < 1$

(f) $\left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \frac{1}{2} < \frac{1}{8}$

(g) $4^{x+5} < 16^{x+1}$

body: 10/7/3

6. Bez použití kalkulačky nalezněte

- (a) $x \in \langle \frac{\pi}{2}, \pi \rangle$ splňující $\sin x = \sin \frac{\pi}{9}$,
- (b) $x \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$ splňující $\sin x = \cos \frac{\pi}{8}$,
- (c) $x \in \langle \frac{\pi}{2}, \pi \rangle$ splňující $\sin x = \cos \frac{\pi}{8}$,
- (d) $x \in \langle \pi, 2\pi \rangle$ splňující $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \frac{\pi}{5}$,
- (e) $x \in \langle \pi, 2\pi \rangle$ splňující $\operatorname{cotg} x = \operatorname{tg} \frac{\pi}{5}$.

body: 7/5/2

7. Vypočtěte $\sin x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$, víte-li: $x \in (0, \pi)$, $\cos x = 0.3$.

body: 4/2/1