

Druhá série úloh ze středoškolské matematiky

1. Načrtněte grafy funkcí a napište jejich definiční obory a obory hodnot $\sin, \cos, \log, \ln, \operatorname{tg}, x \mapsto 2^x, x \mapsto 0.3^x, x \mapsto x^2, x \mapsto x^3$. Pro každou z funkcí uveďte interval, na němž je monotonní.

Poznámka: $x \mapsto 2^x$ čteme: funkce, která číslu x přiřadí 2^x . Toto značení používáme proto, že poslední čtyři funkce nemají na rozdíl od prvních čtyř jméno.

2. Načrtněte grafy funkcí

(a)

$$f : x \mapsto \sin x, \quad g : x \mapsto \sin(2x - 1)$$

(b)

$$f : x \mapsto \cos x, \quad g : x \mapsto -2 \cos(x + 2)$$

(c)

$$f : x \mapsto \log x, \quad g : x \mapsto 2 \log(x - 1)$$

(d)

$$f : x \mapsto x^2, \quad g : x \mapsto (x + 1)^2 - 3$$

(e)

$$f : x \mapsto x^3, \quad g : x \mapsto (x - 1)^3 + 1$$

3. Načrtněte grafy funkcí

$$\begin{aligned} f_1(x) &= x - |2x + 5| \\ f_2(x) &= |x + 2| - |2x - 3| \\ f_3(x) &= |3x - 1| + |x - 3| \end{aligned}$$

4. Víte-li, že $\binom{14}{5} = 2002$, určete (bez použití kalkulačky)

$$\binom{14}{4}, \quad \binom{14}{6}, \quad \binom{14}{8}, \quad \binom{14}{9}.$$

5. Nalezněte všechna $n \in \mathbb{Z}$ splňující rovnici

(a)

$$\binom{8}{n} = 2 \binom{8}{n-1}$$

(b)

$$\binom{7}{n+1} = 2 \binom{7}{n}$$