

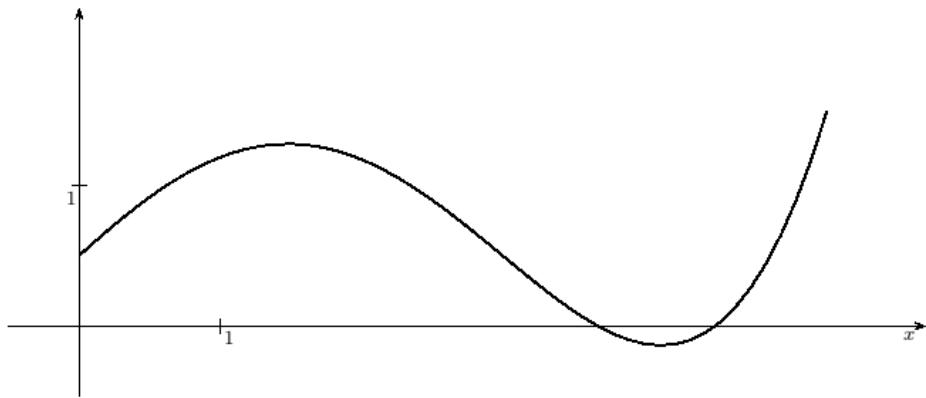
# Úlohy z funkcí – derivace

Pro studenty FP TUL

Martina Šimůnková

11. prosince 2017

1. Do grafu funkce  $f$  načrtněte graf její derivace  $f'$ .



2. Vypočtěte přímo z definice derivaci funkce  $f : x \mapsto 2x^2 - 3x + 4$ .
3. Vypočtěte derivaci funkce  $f$ , určete definiční obor obou funkcí:  $f$  i  $f'$  a načrtněte jejich grafy.
  - (a)  $f : x \mapsto |x + 6|$
  - (b)  $f : x \mapsto |x^3 - x^2 - x + 1|$
4. Načrtněte tečnu ke grafu funkce  $f$  v jejím bodě  $[-1, f(-1)]$  a napište její rovnici
$$f : x \mapsto \sqrt{\frac{2-x}{2+x}}.$$
5. Vypočtěte bez použití kalkulačky přibližné hodnoty čísel (v desetinném tvaru) a poté je porovnejte s hodnotami spočítanými pomocí kalkulačky.

$$a = \sqrt{9.02}$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{3.98}}$$

$$c = \frac{1}{1.03^3}$$

- 6.

$$f : x \mapsto x + \sqrt{x^2 + 2x + 3}$$

- (a) Ukažte, že funkce  $f$  je definovaná na  $\mathbb{R}$  a rostoucí na  $\mathbb{R}$ .
- (b) Vypočtěte limity funkce  $f$  v bodech  $\pm\infty$  a určete obor hodnot funkce  $f$ .
- (c) Nalezněte předpis inverzní funkce  $f^{-1}$  a načrtněte její graf.
- (d) Načrtněte graf funkce  $f$ .
7. Formulujte větu o souvislosti hodnoty derivace a monotonie funkce a použijte ji k určení maximálních (vzhledem k inkluzi) intervalů, na nichž je funkce  $f$  rostoucí.
- (a)  $f : x \mapsto \frac{2x-1}{(x+1)^2}$
- (b)  $f : x \mapsto \frac{x+1}{x^2+2x+2}$
8. Pro interval  $I$  a funkci  $f$  určete obraz  $I_1 = f(I)$  a vzor  $I_2 = f^{-1}(I_1)$ .
- (a)  $I = (2, 3]$ ,  $f : x \mapsto \frac{4x}{x^2+1}$
- (b)  $I = [0, 3)$ ,  $f : x \mapsto x^3 - 9x^2 + 15x$