Úlohy z funkcí II

1. Pro následující funkce určete jejich definiční obor a načrtněte jejich grafy.

   (a) $x \mapsto x^2 + 2x - 1$

   (b) $x \mapsto \frac{1}{2-x}$

   (c) $x \mapsto \sqrt{x}$

   (d) $x \mapsto \frac{3+\sqrt{5-2x}}{2}$

2. Pro následující funkce určete jejich definiční obor a načrtněte jejich grafy.

   (a) $x \mapsto \frac{x^3-5x+2}{x-2}$

   (b) $x \mapsto \frac{1-x}{2-3x+x^2}$

   (c) $x \mapsto \frac{x+2}{3-\sqrt{5-2x}}$

   Návod: Upravte vhodně funkční hodnotu a všimněte si podobnosti s příkladem 1.

3. Načrtněte grafy funkcí f, g. Která z nich je zúžením druhé? Na jakou množinu? Která z nich je rozšířením druhé? Na jakou množinu?

   (a)
   $$f : x \mapsto \frac{x^4 - 4}{x^2 - 2} \qquad g : x \mapsto x^2 + 2$$

   (b)
   $$f : x \mapsto \frac{x^4 - 4}{x^2 + 2} \qquad g : x \mapsto x^2 - 2$$

   (c)
   $$f : x \mapsto \sqrt{x^2} \qquad g : x \mapsto (\sqrt{x})^2$$

   (d)
   $$f : x \mapsto 4 \log x^3 \qquad g : x \mapsto 3 \log x^4$$

4. Křivka na obrázku je grafem funkce f. Na osu x vyznačte body x, pro které platí

   (a) $f(x) = a$

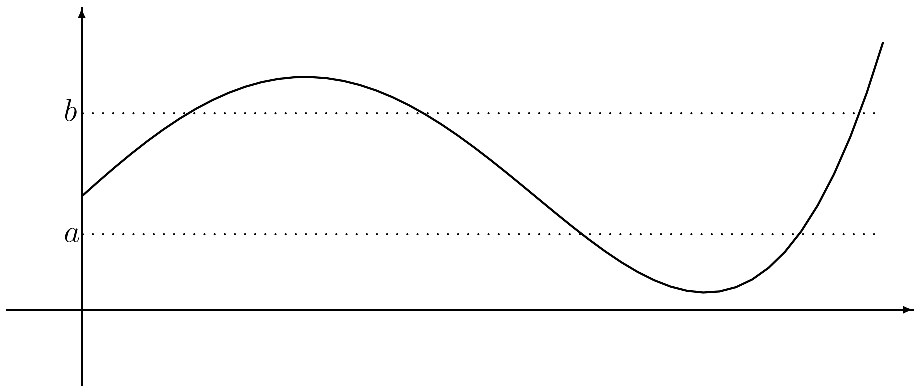
   (b) $f(x) \geq a$

   (c) $f(x) = b$

(d) $f(x) < b$

(e) $f(x) \in [a, b)$

Pokud to dokážete udělat přehledně, můžete množiny zakreslit do jednoho grafu. V opačném případě si graf vytiskněte vícekrát.



5. Vysvětlete, jak při řešení nerovnice použijete vlastnost nabývání mezihodnot. Použijte tuto vlastnost na řešení následujících nerovnic

   (a) $\sqrt{x^2 + 5} \leq x + 1$

   (b) $\sqrt{7 - 3x} > x - 1$

6. Pro funkci $f : x \mapsto \sqrt{x}$

   (a) Načrtněte její graf. V bodě $x = 2$ vyznačte přírůstek proměnné x a jemu odpovídající přírůstek funkční hodnoty.

   (b) Upravte výraz $(f(x) - f(2))/(x - 2)$.

   (c) Načrtněte graf funkce g.

$$g : x \mapsto \frac{x - 2}{f(x) - f(2)}$$

   (d) Jak určíte hodnotu $g(x)$ z grafu funkce f?