

Úlohy z funkcí

grafy, úpravy, limity

12. října 2021

1. Určete definiční obory funkcí f , g a načrtněte jejich grafy.

$$f(x) = \frac{x^4 - 4}{x^2 - 2} \quad g(x) = x^2 + 2$$

1a

$$f(x) = \frac{x^4 - 4}{x^2 + 2} \quad g(x) = x^2 - 2$$

1b

$$f(x) = \sqrt{x^2} \quad g(x) = (\sqrt{x})^2$$

1c

$$f(x) = 4 \log x^3 \quad g(x) = 3 \log x^4$$

2. Určete definiční obor funkce f a načrtněte její graf.

$$f(x) = \frac{x^3 - 5x + 2}{x - 2}$$

2a

$$f(x) = \frac{1 - x}{2 - 3x + x^2}$$

2b

$$f(x) = \frac{x + 2}{3 - \sqrt{5 - 2x}}$$

NÁVOD PRO ÚLOHY 2 – 2b: Pro nakreslení grafu se hodí výraz upravit a pokrátit.

3. Vypočtěte limity funkce f pro x blízké hodnotám 1, 2, -2 (mohou být oboustranné i jednostranné).

$$f(x) = \frac{x^3 - 5x + 4}{x^2 + x - 2}$$

- 3a Pro x blízké hodnotám 1, -1, 0.

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - 2x}{x^2 - 1}$$

4. Znázorněte graficky výsledky z příkladů 3, 3a.
5. Načrtněte graf funkce sgn a určete její limity pro x blížící se nule zprava a zleva

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

6. Kontrolní otázky k přednášce:

- (a) Funkční hodnota je dána jako podíl mnohočlenů $f(x) = P(x)/Q(x)$ a je dáno reálné číslo x_0 . Jak spočítáte limitu funkce f pro x jdoucí k x_0 ?
- (b) Jak spočítáte limitu v případě, že funkce obsahuje odmocninu?
- (c) Jak vypadá graf funkce v okolí bodu x_0 , pokud má v tomto bodě konečnou limitu?
- (d) Jak v případě nekonečné limity?