Úlohy na cvičení 11. března 2025 z AN2

1. Je možné se vrátit ke kterékoliv úloze z minula, předminula ...

2a Zjistěte monotonii funkce a použijte ji k výpočtu oboru hodnot funkce

$$f(x) = \frac{\exp(3/x)}{\exp(2/x) + \exp(3/x)}$$

2b Zjistěte monotonii funkce a použijte ji k výpočtu oboru hodnot funkce

$$f(x) = (x^2 + 3x + 3)\exp(-x)$$

2c

$$f(x) = (1 - 2x)\exp(-x^2)$$

2d

$$f(x) = \frac{\log(x)}{x^2}$$

3a Zjistěte, v kterých bodech má následující funkce odstranitelnou nespojitost a ve kterých nespojitost typu skoku.

$$f(x) = \frac{\exp(2/x)}{\exp(2/x) + \exp(3/x)}$$

3b

$$f(x) = x^2 \exp(-1/x)$$

3c

$$f(x) = x \log(x^2)$$

4a Napište Taylorův polynom stupně čtyři v bodě nula funkce

$$f(x) = \exp(-x^2)$$

4b V bodě jedna funkce

$$f(x) = \log \sqrt[3]{x}$$

(*5) Mocniny jsou pro $a \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ definovány

$$a^1 := a \qquad a^n := a \cdot a^{n-1}$$

Dokažte, že pro $a \in \mathbb{R}$ platí

$$\forall m, n \in \mathbb{N}^+ : a^{n+m} = a^n a^m \tag{1}$$

Dále z přirozeného požadavku/rozšíření (1) na $x, y \in \mathbb{R}$

$$a^{x+y} = a^x a^y$$

odvoďte vzorce pro mocniny s obecným exponentem.[1]

[1]Máme na mysli definici výrazů a^0, $a^{1/n}$, a^{-n} a obecněji a^q pro $q \in \mathbb{Q}$. Vyšší liga je zamyslet se nad definicí například $a^{\sqrt{2}}$.