Zadání úlohy:

Nalezněte primitivní funkci k funkci f na otevřeném intervalu, který zvolíte.

$$f(x) = \frac{1}{2-\sqrt{x}}$$

Řešení úlohy:

Z definičního oboru f zvolme $I = (0,4)$

Protože je f spojitá na I, existuje F primitivní k f na I.

Zvolme substituci $x = g(t) = t^2$ a budeme hledat $H(t) = F(g(t)) = F(t^2)$.

Zderivujeme: $(H(t))' = F'(g(t)) \cdot g'(t) =$

$$= f(g(t)) \cdot g'(t) =$$

$$= \frac{1}{2-t} \cdot 2t = -2 + \frac{4}{2-t}$$

po úpravě

Integrací dostaneme:

$$H(t) = -2t - 4\log(2-t)$$

a tedy $F(x) = -2\sqrt{x} - 4\log(2-\sqrt{x})$.

Zadání úlohy:

Nalezněte primitivní funkci k funkci f na otevřeném intervalu, který zvolíte.

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

Řešení úlohy:

Zvolíme substituci $t = g(x) = x^2+1$.

Všimneme si, že $g'(x) = 2x$

a můžeme tedy upravit

$$f(x) = \frac{1}{2} \frac{2x}{x^2+1} \quad \left(= \frac{1}{2(x^2+1)} \cdot 2x \right)$$

do tvaru $h(g(x)) \cdot g'(x)$,

kde $h(t) = \frac{1}{2t}$

Odtud $H(t) = \frac{1}{2} \log(t)$ je primitivní k h na $(0, +\infty)$ a

$F(x) = H(g(x)) = \frac{1}{2} \log(x^2+1)$

je primitivní k f na $(-\infty, +\infty)$.