

Okruhy ke státní závěrečné zkoušce

Název studijního programu	Aplikovaná matematika
Název studijního oboru	- - -
Kód studijního programu	N0541A170010
Typ studia	navazující
Forma studia	prezenční
Platnost okruhů	od 2022/23

Pravděpodobnost a statistika

- Náhodná veličina, rozdělení, charakteristiky, vícerozměrná náhodná veličina (náhodný vektor), nezávislost, podmíněné rozdělení.
- Náhodná posloupnost a náhodný proces – definice, základní vlastnosti a příklady. Stacionární proces. Autokorelační funkce.
- Markovské řetězce s diskrétním a spojitým časem – základní vlastnosti a příklady, klasifikace stavů, pravděpodobnosti absorpce, stacionární rozdělení.
- Poissonův proces, proces s nezávislými přírůstky, Gaussovske procesy, Brownův pohyb.
- Základní principy odhadování, metoda maximální věrohodnosti, konstrukce intervalových odhadů.
- Základní principy testování hypotéz: chyby I. a II. druhu, síla testu. Neyman-Pearsonovo lemma, příklady.
- Alternativní postupy ke statistickým postupům založeným na předpokladu normality: neparametrické a robustní postupy. L a M-odhady, pořadové testy.
- Korelační analýza: Pearsonův a Spearmanův korelační koeficient, Z-transformace, testy o hodnotách korelačního koeficientu.
- Lineární regrese, metoda nejmenších čtverců, testy a odhady v regresi, základy regresní diagnostiky.
- Analýza kategoriálních dat: výběrové míry asociace, logaritmicke-lineární model, logistická regrese.
- Základní modely pro výskyt poruch, pravděpodobnostní rozdělení používaná ve spolehlivosti.
- Monotónní intenzita poruch – charakterizace, porovnání s exponenciálním rozdělením, operace zachovávající monotónnost. Analýza a spolehlivost systému.
- Odhady v analýze spolehlivosti – maximálně věrohodné odhady pro cenzorovaná a exponenciálně rozdělená data, neparametrický přístup.

Teorie spolehlivosti a riziko

- Terminologie spolehlivosti, ukazatele bezporuchovosti, pohotovosti, RAMS.
- Základní typy struktur, zálohování ve spolehlivosti a výpočty spolehlivostních ukazatelů těchto struktur.
- Riziko. Složky rizika, možnosti řízení rizika, přijatelnost rizika, matice rizika.
- Metody analýzy spolehlivosti – obecné dělení, účel.
- Blokový diagram bezporuchovosti (RBD) a Analýza stromu poruchových stavů (FTA).
- Analýza způsobů, důsledků a kritičnosti poruch (FMECA) a Studie nebezpečí a provozuschopnosti (HAZOP).
- Spolehlivost lidského faktoru. Strom pravděpodobností.
- Základní členění údržbových úkonů, jejich charakteristika a vhodnost využití.
- Preventivní periodická údržba, optimalizace intervalu periodické údržby, souvislost s rozdělením pravděpodobnosti doby do poruchy. Zbytkové riziko při aplikaci periodické údržby.
- Údržba na základě stavu, sledování stavu, optimalizace intervalu sledování stavu. Zbytkové riziko při aplikaci údržby na základě stavu.
- Metody technické diagnostiky, principy měření a zpracování diagnostických dat. Degradční parametry objektů a jejich vývoj v čase.
- Ekonomická optimalizace plánu preventivní údržby, metoda RCM. Ztráty plynoucí z nepohotovosti objektu.



- Poruchy se společnou příčinou (CCF) a jejich vliv na ukazatele spolehlivosti u zálohovaných systémů.
- Plánování náhradních dílů, požadované vstupy, souvislost s důležitostí zařízení. Výpočet požadovaného množství náhradních dílů.

Diskrétní matematika, kombinatorika a algebra

- $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ jako eukleidovský obor integrity. Základní pojmy a výsledky z teorie dělitelnosti. Eulerova funkce φ , Möbiova funkce μ .
- Kongruence, vlastnosti, úplná a redukovaná soustava zbytků. Eulerova věta. Počítání v okruhu/tělese $(\mathbb{Z}_m, +, \cdot)$. Řešení kongruencí 1. stupně a jejich soustav.
- Grupa, definice, příklady (aditivní, multiplikativní). Cyklické grupy, základní vlastnosti. Symetrické grupy.
- $(T[x], +, \cdot)$ jako eukleidovský obor integrity polynomů nad tělesem T , základní pojmy, věta o dělení polynomů se zbytkem. Ireducibilita nad tělesy R, C, \mathbb{Z}_p (existenční věta). Konečná (Galoisova) tělesa $GF(p^n)$.
- Lineární rekurentní vztahy (homogenní, nehomogenní s konstantními koeficienty) a jejich řešení.
- Subfaktoriály, Fibonacciho a Catalanova čísla, interpretace, jejich vytvářící funkce a rekurentní vztahy.
- Vytvářící funkce posloupnosti, základní pojmy a vlastnosti, základní operace s vytvářícími funkcemi. Příklady uzavřených tvarů vytvářících funkcí základních posloupností. Aplikace na řešení rekurentních vztahů a jejich soustav. Věžové polynomy.
- Problematika rozkladů – nerozlišitelné objekty a rozlišitelné třídy, nerozlišitelné objekty a nerozlišitelné třídy, Stirling subset numbers, Stirling cycle numbers.
- Pólyaova enumerační metoda, základní pojmy, výsledky.

Numerické metody, optimalizace

- Obecné aspekty vzniku chyb při užití numerických metod, zaokrouhlovací chyby.
- Polynomiální interpolace (Lagrangeův a Hermitův interpolační polynom), interpolace ve dvou a více dimenzích, interpolace pomocí spline-funkcí (kvadratický, kubický spline). Lineární regrese.
- Řešení soustav lineárních algebraických rovnic – Gaussova eliminace a LU rozklad, klasické iterační metody (Jacobi, Gauss-Seidel, SOR), metoda sdružených gradientů, příbuzné metody, metoda minimálních reziduí.
- Vlastní čísla čtvercové matice – úplný problém vlastních čísel (QR algoritmus), částečný problém vlastních čísel (Arnoldiho metoda, Lanczošova metoda).
- Základní metody numerického řešení obyčejných diferenciálních rovnic, počáteční a okrajové podmínky (Eulerova metoda, metody typu Runge-Kutta, metody prediktor-korektor).
- Klasifikace parciálních diferenciálních rovnic, užití metody konečných diferencí pro řešení parciálních diferenciálních rovnic, přepis okrajových podmínek.
- Pojem klasické řešení parciální diferenciální rovnice, Sobolevův prostor, slabá formulace řešení, formulace okrajových podmínek.
- Variační metody (Ritzova a Galerkinova metoda), základní princip metody konečných prvků (MKP), obecná definice prostoru konečných prvků, definice slabého řešení Poissonovy rovnice s Dirichletovými okrajovými podmínkami.
- Optimalizační metody - definice úlohy hledání optima, ohodnocující funkce, globální a lokální optimalizace, volné a vázané extrém; přibližné výpočty v jedno-dimenzionálních úlohách, Taylorův polynom, Newtonova metoda tečen; lineární programování - princip simplexové metody; gradientní metody (metoda největšího spádu, metoda sdružených gradientů); evoluční optimalizační algoritmy (genetický algoritmus - reprezentace, základní pojmy, počáteční populace, ohodnocující funkce, genetické operátory; diferenciální algoritmus)

Obsahová správnost	
Předkládající katedra	KMA
Jméno předkladatele	doc. RNDr. Miroslav Koucký, CSc. garant programu

