

Přijímací test z matematiky

pro akademický rok 2021/22

1. Uvažujte pravidelný dvanáctiúhelník. Určete počet trojúhelníků tvořených vrcholy uvažovaného dvanáctiúhelníku, které mají vlastnost, že žádná jeho strana nesplývá se stranou uvažovaného dvanáctiúhelníku.

Řešení: $\binom{12}{3} - 12(12 - 4) - 12 = 220 - 96 - 12 = 112$

Hodnocení – max. 20 bodů (5 bodů – počet všech Δ ; 5 bodů – počet Δ , kde splývají 2 strany; 5 bodů – počet Δ , kde splývá 1 strana)

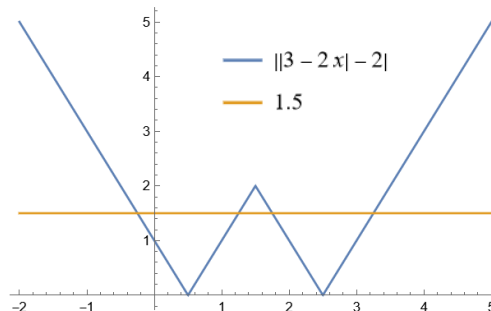
2. Uvažujte reálné funkce $f(x) = ||3 - 2x| - 2|$ a $g(x) = 1,5$.

a) Nakreslete (do jednoho obrázku) grafy obou funkcí pro $-1 \leq x \leq 4$. Obrázek musí být dostatečně velký (alespoň 10×10 cm), přehledný a popsany (průsečíky s osami, resp. grafů apod.).

b) Vyřešte nerovnici $1,5 < ||3 - 2x| - 2|$. Řešení nerovnice zapište ve tvaru sjednocení disjunktních intervalů.

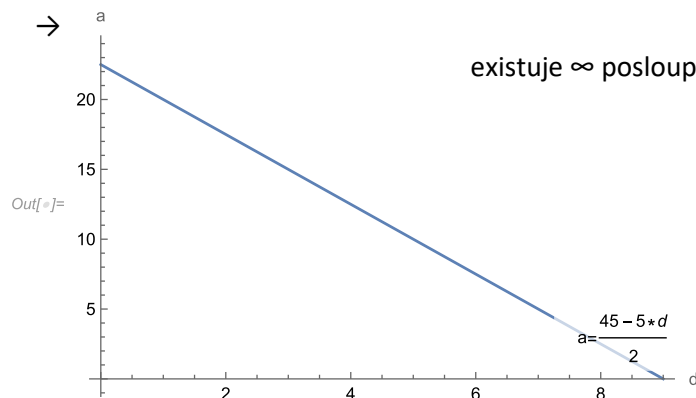
Řešení: $x \in (-\infty; -0,25) \cup (1,25; 1,75) \cup (3,25; +\infty)$

Hodnocení – max. 20 bodů (10 bodů graf; 10 bodů řešení nerovnice)



3. Určete, kolik existuje aritmetických posloupností, které vyhovují následujícím podmínkám – každý člen posloupnosti je nezáporný a součet prvních šesti členů je roven 135. Dále určete jejich parametry.

Řešení: $a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d) + (a + 4d) + (a + 5d) = 6a + 15d = 135 \rightarrow 2a + 5d = 45$



existuje ∞ posloupností vyhovujících daným podmínkám; parametry:

$$\left\{ \left(a; d = 9 - \frac{2}{5}a \right) \mid a \in \langle 0; 22\frac{1}{2} \rangle \right\},$$

$$\text{resp. } \left\{ \left(a = 22\frac{1}{2} - \frac{5}{2}d; d \right) \mid d \in \langle 0; 9 \rangle \right\}$$

Hodnocení – max. 20 bodů

4. V rovině jsou dány body $A[3; 9]$, $B[7; 3]$, $C[14; 12]$. Spočítejte obvod a plochu trojúhelníka ΔABC .

Řešení: $O_{ABC} = l_{AB} + l_{BC} + l_{CA} = 2\sqrt{13} + \sqrt{130} + \sqrt{130} \cong 30,0146;$

rovnoramenný $\Delta \rightarrow S_{ABC} = l_{AB} \cdot v_{AB} / 2 = \sqrt{13} \cdot 3\sqrt{13} = 39$

Hodnocení – max. 20 bodů (10 bodů obvod, 10 bodů plocha)

5. Uvažujte výraz $\left((2^{4(\log_2 16)^2})^{(2^{-2} - 2^{-3})^{-1}} \right)^{\frac{1}{25}}$, kde $\log_2 x$ označuje logaritmus x o základu 2. Zadaný výraz upravte do tvaru 2^a , kde a je konkrétní reálné číslo (neobsahuje funkci logaritmus, mocninu ani žádnou aritmetickou operaci).

Řešení: $\left((2^{4(\log_2 16)^2})^{(2^{-2} - 2^{-3})^{-1}} \right)^{\frac{1}{25}} = 2^{16}$

Hodnocení – max. 20 bodů