

Přijímací zkouška pro akademický rok 2022/23
Bc. studium Matematiky

Datum zkoušky: _____ Registrační číslo uchazeče: _ _ _ _ _

Varianta 1

Příklad	1	2	3	4	5	Celkem
Body						

- Uvádějte podrobný, přehledný a okomentovaný postup.
 - Povolené pomůcky: psací potřeby.
-

Zadání

1. V oboru reálných čísel řešte rovnici:

$$\frac{x-1}{x+2} + \frac{x+3}{x-4} = 2.$$

2. V oboru reálných čísel řešte nerovnici:

$$|x-2| - 2x + 3 < 0.$$

3. Cenový fond soutěže byl 20000 Kč. Cenu získalo prvních deset soutěžících. Nejvyšší částku získal vítěz, ceny za další umístění se postupně snižovaly vždy o stejnou částku. Čtyřčata získala první, šesté, sedmé a osmé místo. Kolik korun dohromady získali?
4. V rovině jsou dány body $[0, -1]$ a $[1, 0]$. Napište obecnou rovnici přímky procházející těmito body a obecnou rovnici přímky, která je k ní kolmá a prochází počátkem soustavy souřadnic.
5. Vypočítejte obsah rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku, jehož obvod je $32 + 16\sqrt{2}$ cm.

① V oboru reálných čísel řešte:

$$\frac{x-1}{x+2} + \frac{x+3}{x-4} = 2 \quad | \cdot (x+2) \cdot (x-4) \quad x \neq -2, x \neq 4$$

$$x^2 - 5x + 4 + x^2 + 5x + 6 = 2(x^2 - 2x - 8) \Rightarrow 4x = -26 \Rightarrow \underline{\underline{x = -\frac{13}{2}}}$$

② V oboru reálných čísel řešte: $|x-2| - 2x + 3 < 0$

a) $x \geq 2$: $x-2-2x+3 < 0 \Rightarrow -x+1 < 0 \Rightarrow x > 1$ a tedy $x \geq 2$

b) $x < 2$: $-x+2-2x+3 < 0 \Rightarrow -3x+5 < 0 \Rightarrow x > \frac{5}{3}$ a tedy $x \in (\frac{5}{3}, 2)$

a sjednocením obou řešení dostaneme $\underline{\underline{x > \frac{5}{3}}}$

③ Cenový fond soutěže byl 20 000 Kč. Cenu získalo prvního deset soutěžících. Největší částkou získal vítěz a ceny na další umístění se postupně snižovaly vždy o stejnou částku. Čtyřicátá získala první, šesté, sedmé a osmé místo. Kolik kolon dobrodružsky získala?

jedná se o aritmetickou posloupnost.

1. místo	2. místo	3. místo	4. místo	5. místo	6. m.	7. m.	8. m.	9. m.	10. m.
$a+9d$	$a+8d$	$a+7d$	$a+6d$	$a+5d$	$a+4d$	$a+3d$	$a+2d$	$a+d$	a

čtyřicátá: $a+9d + a+4d + a+3d + a+2d = 4a+18d$

celkem: $10a+45d = 20\,000 \text{ Kč}$

$\Rightarrow 2a+9d = 4000 \text{ Kč} \Rightarrow \underline{\underline{4a+18d = 8000 \text{ Kč}}}$

④ V rovině jsou dané body $[0, -1]$ a $[1, 0]$. Napište rovnici přímky procházející těmito body a rovnici rovnice přímky, která je k ní kolmá a prochází počátkem souřadnic.

obecná rovnice přímky: $ax+by+c=0$

směrový vektor: $[1, 0] - [0, -1] = (1, 1)$

normálový vektor: $(-1, 1) \Rightarrow -x+y+C=0$ a dosadíme bod $[0, -1] \Rightarrow -1+C=0 \Rightarrow \underline{\underline{C=1}}$

obecná rovnice přímky je tedy $\underline{\underline{-x+y+1=0}}$

kolmice: $x+y+D=0$

prochází počátkem $\Rightarrow D=0 \Rightarrow$ obecná rovnice kolmice je $\underline{\underline{x+y=0}}$

⑤ Vypočítejte obsah rovinného pravoúhlého trojúhelníku, jehož obvod je $32+16\sqrt{2}$.

$0 = a+a+\sqrt{a^2+a^2} = a \cdot (2+\sqrt{2}) = 32+16\sqrt{2} = 16(2+\sqrt{2}) \Rightarrow \underline{\underline{a=16}}$

$S = \frac{a^2}{2} = \frac{16^2}{2} = \underline{\underline{128}}$