

Přijímací zkoušky NMGr FYZIKA 2017 - řešení

Úloha [1]

a) Gravitační síla je v newtonovské mechanice dána jako $F_{HP} = G \frac{m_P M_H}{r^2}$, zrychlení určíme z Newtonova zákona síly $m_P a_P = G \frac{m_P M_H}{r^2} \rightarrow a_P = G \frac{M_H}{r^2}$

Číselně: $F_{HP} = 3,57 \times 10^{22} \text{ N}$, $a_P = 5,96 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$

b) Síla bude mít stejnou velikost jako v předchozím případě (bude ale opačně orientována, jak říká zákon akce a reakce), zrychlení bude ovšem jiné – vždyť tato síla působí na jiné těleso:

$$F_{PH} = G \frac{m_P M_H}{r^2} \quad M_H a_H = G \frac{m_P M_H}{r^2} \quad \rightarrow \quad a_H = G \frac{m_P}{r^2}$$

Číselně: $F_{PH} = 3,57 \times 10^{22} \text{ N}$, $a_H = 1,5 \times 10^{-9} \text{ m s}^{-2}$

c) Nastavíme-li souřadnicový systém tak, aby hvězda byla v počátku, a planeta ve vzdálenosti r na ose x , platí $x_H=0$, $x_P=r$, a souřadnice těžiště bude zároveň vzdáleností těžiště soustavy a středu hvězdy.

$$x_T = \frac{m_P x_P + M_H x_H}{m_P + M_H} = \frac{m_P r + M_H 0}{m_P + M_H} = \frac{m_P r}{m_P + M_H}$$

d) Gravitační síla tady působí jako dostředivá – použitím příslušného vztahu dostáváme v , a odtud pak ostatní veličiny.

$$\frac{m_P v^2}{r} = G \frac{m_P M_H}{r^2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G M_H}{r}} \quad \omega = \frac{v}{r} = \sqrt{\frac{G M_H}{r^3}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{G M_H}}$$

$$L = r p \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = r m_P v = m_P \sqrt{G r M_H}$$

e) Z předcházejících výpočtů máme $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G M_H}$ - tenhle poměr nezávisí na žádných parametrech obíhajícího tělesa, a je tedy konstantní pro všechny planety soustavy, pohybující se po kruhových drahách. Pro planety opisující eliptické dráhy by platil podobný vztah, kde by však místo poloměru vystupovala velká poloosa, tohle však už jde nad rámec naší úlohy.

Úloha [2]

a) Použijeme Stefan-Boltzmannův zákon, podle kterého je plošná hustota výkonu dána jako σT_s^4 , povrch Slunce má plochu $4\pi R_S^2$. Pro celkový výkon tedy máme

$$P_S = 4\pi R_S^2 \sigma T_s^4$$

$$\text{b) } I_Z = \frac{P_S}{4\pi r_{ZS}^2} = \frac{R_S^2}{r_{ZS}^2} \sigma T_s^4$$

$$c) I_M = \frac{P_S}{4\pi r_{MS}^2} = \frac{R_S^2}{r_{MS}^2} \sigma T_S^4$$

$$d) \text{ Použijeme Wienův posunovací zákon: } \lambda_m = \frac{b}{T_S}$$

$$e) \text{ Energie jednoho fotonu je } h \frac{c}{\lambda}. \text{ Odtud: } E = N h \frac{c}{\lambda} \rightarrow N = \frac{E\lambda}{hc}$$

$$\text{Číselně: } N = 2,525 \times 10^{14}$$

f) Použijeme Einsteinův vztah pro hmotu a energii:

$$\Delta M_S c^2 = P_S t \rightarrow \Delta M_S = \frac{4\pi R_S^2 \sigma T_S^4}{c^2}$$

Úloha [3]

a) V tomhle případě se mají vyrovnat jenom gravitační a odporová síla. Je třeba si dát pozor na vyjádření hmotnosti kapky pomocí zadaných veličin, tedy $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$.

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = 6\pi \mu r v_1 \rightarrow v_1 = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g}{6\pi \mu r}$$

b) V tomhle případě se mají vyrovnat gravitační, elektrická a odporová síla. Elektrická síla působí na záporně nabitou kapku směrem vzhůru, tedy opačně než gravitační. Její velikost je součinem intenzity pole a náboje kapky, přičemž intenzitu dostáváme jako podíl $\frac{V}{d}$.

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - Q \frac{V}{d} = 6\pi \mu r v_1 \rightarrow v_1 = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - Q \frac{V}{d}}{6\pi \mu r}$$

$$c) v_1 - v_2 = \frac{Q \frac{V}{d}}{6\pi \mu r} \rightarrow Q = 6\pi \mu r (v_1 - v_2) \frac{d}{V}$$

d) Použijeme vztah pro Lorentzovu sílu. Vektorový součin je v tomhle případě zjednodušen kolmostí rychlosti na indukční čáry. Magnetická síla působí jako dostředivá, proto máme

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho \frac{v^2}{R} = Q v B \rightarrow Q = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 v \rho}{B R}$$

$$\text{Číselně: } Q = 2,92 \times 10^{-4} \text{ C}$$

Úloha [4]

a) Použijeme stavovou rovnici pro ideální plyn $pV = Nk_B T$, kde N je počet částic

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = Nk_B = nN_A k_B = \frac{m}{M_m} N_A k_B \rightarrow M_m = \frac{T_1}{p_1 V_1} m N_A k_B$$

b) Máme izotermický děj, tedy konstantní teplotu; proto $p_1 V_1 = p_2 V_2 \rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2}$

c) p-V diagram vyjadřuje závislost tlaku na objemu $p(V)$, která bude v tomto případě zobrazena jako větev hyperboly:

$$pV = p_1 V_1 \rightarrow p(V) = \frac{p_1 V_1}{V}$$

Plocha pod křivkou představuje práci vykonanou plynem na úkor tepla dodaného ohříváčem.

$$d) A = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = p_1 V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = p_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Číselně: $A = 48,66 \times 10^3 J$