

Požadavky ke SZZ pro NMgr. studium studijního oboru Aplikace matematiky v průmyslových technologiích

Zkouška má přehledový charakter. Jsou kladeny širší otázky a žádá se, aby posluchač prokázal pochopení základních principů, byl schopen je ilustrovat na konkrétních příkladech a osvědčil schopnost syntézy a hlubšího pochopení. Zkouška se skládá ze tří okruhů

I. Matematická a funkcionální analýza

Základy diferenciálního a integrálního počtu

Základy diferenciálního a integrálního počtu. Teorie míry a integrálu. Základní pojmy a věty teorie Riemannova a Lebesgueova integrálu. Věta o implicitních funkcích, mocninné řady, Fourierovy řady.

Základy komplexní analýzy

Základní pojmy. Cauchyova a reziduová věta, Laurentova řada, holomorfní funkce a singularity.

Obyčejné diferenciální rovnice

Věty o existenci a jednoznačnosti řešení počátečních úloh. Lineární rovnice s konstantními koeficienty. Závislost řešení na počátečních podmínkách a parametrech. Okrajové úlohy. Nelineární úlohy. Metody řízení a regulace.

Parciální diferenciální rovnice

Klasifikace parciálních diferenciálních rovnic 2. řádu, Cauchyova a smíšená úloha pro rovnici struny a vedení tepla. Úlohy pro Poissonovu rovnici a vlnovou rovnici. Harmonické funkce. Slabá řešení. Nelineární úlohy.

Funkcionální analýza

Metrické prostory, vektorové prostory, normované lineární prostory, teorie lineárních operátorů, Hilbertovy a Banachovy prostory. Baireova věta, Banachova věta. Spojité nelineární funkcionály, Hahnova-Banachova věta, Fredholmovy věty, řešení integrálních rovnic, řešení nelineárních operátorových rovnic: metoda monotónních operátorů, věty Brouwerova a Schauderova. Lebesgueovy a Sobolevovy prostory a jejich duály.

II. Numerická analýza

Základy numerické matematiky

Přesnost numerických výpočtů. Zdroje chyb. Číslo podmíněnosti. Lagrangeova a Hermitova interpolace. Spliny. Numerická kvadratura. Newtonova metoda.

Numerické metody lineární algebry

Gaussova eliminace, pivotace, LU-rozklad. Základní iterační metody, gradientní metody, předpokládání. Soustavy s obdélníkovou maticí, nejlepší řešení ve smyslu nejmenších čtverců. Metody výpočtu vlastních čísel matice, mocninná metoda. Víceúrovňové metody.

Numerické metody pro řešení diferenciálních rovnic

Počáteční úloha pro ODR, jednokrokové a vícekové metody, okrajová úloha pro ODR, metoda sítí pro okrajovou úlohu pro ODR a eliptické PDR, konvergence, řešení vzniklých soustav lineárních rovnic, diskretizace okrajových podmínek s derivací.

Metoda konečných prvků

Metoda konečných prvků pro řešení eliptických rovnic, triangulace oblasti, po částech polynomiální aproximace, interpolace v Sobolevových prostorech, odhad chyby, příklady konečných prvků. Metody rozkladu oblasti

Matematické metody v mechanice tekutin

Stručný přehled rovnic popisujících proudění. Matematická teorie pro vazké nestlačitelné proudění, Stokesův problém, Navierovy-Stokesovy rovnice, slabá řešení, MKP. Matematická teorie pro stlačitelné proudění, Eulerovy rovnice, hyperbolické systémy, metoda konečných objemů, numerický tok.

Matematické metody v elektrotechnice

Matematické modelování fyzikálních jevů v elektrotechnice, slabá formulace úlohy ustálených tepelných dějů, vedení tepla v el. strojích při nestacionárním zatížení, použití hlavních tříd numerických metod (MKP, metoda sítí, bilanční metoda), odhady chyb při numerickém řešení úloh.

III. Diskrétní matematika, pravděpodobnost a matematická statistika

Aplikace diskrétní matematiky

Lineární rekurentní vztahy (homogenní i nehomogenní) a jejich řešení. Vytvořující funkce a jejich aplikace na řešení rekurentních vztahů. Fibonacciho, Catalanova, Stirlingova čísla.

Šifrování a kódování

Kódování bez šumu, Kraftova nerovnost, McMillanova věta, Huffmanova konstrukce nejkratšího kódu. Aritmetické kódy, metoda DFWORD (dyadic fraction with least denominator). Bezpečnostní kódování, kód detekující/opravující t-násobné chyby. Binární lineární kódy, generující a kontrolní matice, syndrom, standardní dekódování. Binární Hammingovy kódy. Cyklické kódy, generující, kontrolní polynom. Šifrování, šifrovací systém, třídění šifrovacích metod. Blokované šifrování - Feistel. Metoda RSA. Hash funkce, vlastnosti, typy.

Pravděpodobnost

Náhodné veličiny a náhodné vektory, jejich rozdělení a základní charakteristiky. Základní typy diskrétních a spojitých rozdělení, nezávislost náhodných veličin, zákony velkých čísel, centrální limitní věta pro nezávislé stejně rozdělené náhodné veličiny, náhodné procesy.

Matematická statistika

Náhodný výběr, uspořádaný náhodný výběr, výběr z normálního rozdělení, rozdělení kvadratických forem, bodové a intervalové odhady, testování hypotéz. Lineární regrese, korelační analýza.

Teorie odhadu

Nestranné odhady, konzistentní odhady. Raova-Cramérova věta, eficiency odhadů, Fisherova míra informace. Metoda maximální věrohodnosti.

Výběrová šetření

Pravděpodobnosti zahrnutí. Horvitz-Thompsonův odhad úhrnu. Yatesova-Grundyho formule. Prostý náhodný výběr, systematický výběr, Poissonův výběr a jeho modifikace. Stratifikace, víceúrovňový výběr. Kalibrace, poměrový odhad. Nonresponse.